

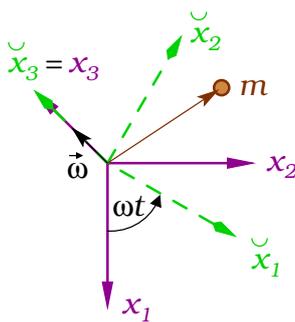
Übungsblatt 11

Vorrechnen & Diskussion: 01.02.2005
 3 Aufgaben, 9 Punkte

Aufgabe 1

3 P

Rotierendes Bezugssystem



In der Vorlesung wurden die Bewegungsgleichungen

$$S: m\vec{a} = -\vec{\nabla}U(\vec{r})$$

$$\check{S}: m\check{\vec{a}} = -m(\check{\vec{\omega}} \times \check{\vec{r}}) - 2m(\check{\vec{\omega}} \times \check{\vec{v}}) - m\check{\vec{\omega}} \times (\check{\vec{\omega}} \times \check{\vec{r}}) - \check{\vec{\nabla}}U(\check{\vec{r}})$$

für die Bewegung eines Massenpunktes aus Sicht eines inertialen Bezugssystems S und eines rotierenden \check{S} abgeleitet. In der Vorlesung wurde angemerkt, dass der Ortsvektor des Massenpunktes unabhängig von der gewählten Darstellung ist

$$\vec{r} = \sum_{i=1}^3 x_i \vec{e}_i = \sum_{i=1}^3 \check{x}_i \check{\vec{e}}_i = \check{\vec{r}}$$

solange der Ursprung $0 = \check{0}$ gleich bleibt.

1.a) Bestimme die $\check{\vec{e}}_i$ in Abhängigkeit von \vec{e}_1 , \vec{e}_2 und \vec{e}_3 sowie die \check{x}_i in Abhängigkeit von (x_1, x_2, x_3) für die in der Grafik dargestellte Drehung.

1.b) Zeige für diese Bezugssysteme durch Rechnung mit Komponenten

$$\vec{v} = \check{\vec{v}} + \vec{\omega} \times \check{\vec{r}}$$

1.c) Leite die Bewegungsgleichungen für dieses spezielle rotierende Bezugssystem her. Die allgemeine Form (1) sollte höchstens zur Kontrolle benutzt werden.

Aufgabe 2

3 P

Bewegung im rotierenden Bezugssystem

In dieser Aufgabe wird wieder ein Massenpunkt in einem Inertialsystem und einem uniform rotierenden Bezugssystem betrachtet. Der Massenpunkt bewegt sich dieses Mal im Inertialsystem mit konstanter Geschwindigkeit v entlang der x -Achse. Zur Zeit $t = 0$ befindet sich der Massenpunkt im Ursprung beider Bezugssysteme.

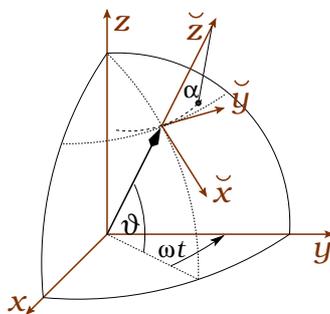
Wie bewegt sich der Massenpunkt aus Sicht eines rotierenden Beobachters?

Hinweis: Eine Möglichkeit die gekoppelten Differentialgleichungen zu lösen ist die doppelte bzw. einfache Ableitung und ineinander einzusetzen.

Aufgabe 3

3 P

Foucault'sches Pendel



Der französische Physiker JEAN BERNARD FOUCAULT (1819 - 1868) hat in den Jahren 1850 und 1851 mit Hilfe eines Fadenpendels nachgewiesen, daß die Erde um ihre Polachse rotiert. Eine nach dem gleichen Prinzip arbeitende Versuchsanordnung nennt man Foucault'sches Pendel. Berechne in der Näherung kleiner Ausschläge wie sich die Schwingungsebene eines 30 kg schweren Pendels der Länge $l = 50$ m aufgrund der Erdrotation dreht. Gib die Rotationsdauer in Abhängigkeit von der geografischen Breite an.

Hinweise:

- Verwende dabei \check{x} und \check{y} als generalisierte Koordinaten.
- Alle Terme mit der Ordnung ω^2 und mit \check{z} können vernachlässigt werden.